

## Limite de funcții

### Probleme rezolvate

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( x \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x - ex \right)$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)^{1/\ln x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left( \sin \frac{1}{x+2} - 2 \sin \frac{1}{x+1} + \sin \frac{1}{x} \right)$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^n) - \sin^n x}{x^{n+2}}$ .
7. Pentru orice număr întreg  $n \geq 1$  și orice  $x \in (0, \infty)$  notăm

$$f_n(x) = x^{x^{\dots^x}},$$

unde numărul de apariții ale lui  $x$  în expresia lui  $f_n(x)$  este  $n$ . De exemplu,  $f_1(x) = x$ ,  $f_2(x) = x^x$ ,  $f_3(x) = x^{x^x}$  etc. Să se determine

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f_{n+1}(x) - f_n(x)}{(1-x)^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

(O. Furdui, Concursul liceelor partenere UTCN, 2013/3)