Legi de compoziție

Fie o mulțime M şi $*: M\text{x}M \to M$ **o operație**
• spunem că * este o lege de compoziție internă pe M dacă:

$$\boxed{\forall x, y \in M \Rightarrow x * y \in M}$$

Parte stabilă
Fie $H \subset M$ **o submulțime şi * o lege pe M**
• spunem că H este parte stabilă a lui M în raport cu * dacă:

$$\boxed{\forall x, y \in H \Rightarrow x * y \in H}$$

Asociativitate unei legi de compoziție
Legea * este asociativă dacă: $\boxed{(x * y) * z = x * (y * z)}$
$\forall x, y, z \in M$

Comutativitatea unei legi de compoziție
Legea * este comutativă dacă: $\boxed{x * y = y * x}$
$\forall x, y \in M$

Elementul neutru al unei legi de compoziție
Legea * admite elementul neutru e dacă:
$\forall x \in M$ $\boxed{x * e = e * x = x}$

Se rezolvă ecuația $x * e = x$ **în necunoscuta e.**
(rezultatul trebuie să fie un număr.)

Simetricul unui element în raport cu legea *
Elementul x' **este simetricul elementului** x **dacă:**

$$\boxed{x * x' = x' * x = e}$$

Se rezolvă ecuația $x * x' = e$ **în necunoscuta x'.**
(Dacă are sens, rezultatul este o expresie în x)

Grup
O pereche, (G,*) determină o structură de grup dacă:
1. * este lege de compoziție internă pe G
2. * este asociativă
3. * admite element neutru, notat e
4. Orice element admite simetric în raport cu *

Dacă în plus:
5. * este comutativă,atunci grupul este comutativ(abelian)

Morfism de grupuri
Fie grupurile $(G_1, *, e_1)$ **şi** $(G_2, \circ, e_2)$ **şi funcția** $f: G_1 \to G_2$
Spunem că f este un morfism între G_1 **şi** G_2 **dacă:**

$$\boxed{f(x * y) = f(x) \circ f(y)} \quad \forall x, y \in G_1$$

Dacă f este morfism bijectiv
atunci f se numeşte izomorfism.