



EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2020-simulare județeană
Proba E. c) Matematică M_{st}-nat

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul $a = (0,25)^{-2} - \sqrt[3]{-125} - \log_3\left(\frac{1}{9}\right)$ este un număr natural.
- 5p 2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$, $g(x) = x^2 - 1$. Determinați punctele de intersecție ale graficului funcției $f \circ g$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.
- 5p 4. Într-un laborator lucrează 10 cercetători dintre care 6 sunt biologi și 4 sunt chimiști. În câte moduri pot fi formate echipe de cercetare formate din 5 cercetători dintre care 3 sunt biologi?
- 5p 5. Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{v} = (m - 2)\vec{i} - m\vec{j}$ să fie coliniari.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu raza cercului circumscris $R = 5$ și $A = \frac{\pi}{4}$. Calculați lungimea laturii BC .

Subiectul II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -3 & -\sqrt{3} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.
- 5p a) Calculați $Tr(A^3 - \sqrt{2} \cdot A^2 + \sqrt{3} \cdot A)$, unde $Tr(X)$ reprezintă urma matricei $X \in M_2(\mathbb{R})$.
- 5p b) Arătați că matricea $I_2 - 3A$ este inversa matricei $I_2 + 3A$.
- 5p c) Rezolvați ecuația $\det(A - xI_2) = 9$.
2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 4x - 4y + 20$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Demonstrați că mulțimea $G = (4, \infty)$ este parte stabilă în raport cu legea de compoziție " \circ ".
- 5p b) Arătați că (G, \circ) este grup abelian.
- 5p c) Demonstrați că funcția $f: (0, \infty) \rightarrow G$, $f(x) = x + 4$ este izomorfism de la grupul $((0, \infty), \cdot)$ la grupul (G, \circ) .

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3}{e^x}$.
- 5p a) Scrieți ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul cu abscisa $x_0 = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) > -6$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$.
2. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)\ln x$.
- 5p a) Determinați primitivele funcției $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x^3 + x}$.
- 5p b) Calculați $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx$.
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^4} \int_0^x f(t) dt$.