

Suma Gauss

Considerăm suma primelor n numere naturale nenule: $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

Să observăm că termenii „extremi” 1 și n au suma egală cu $n+1$; termenii 2 și $n-1$, care sunt egali depărtati de „extremi” au tot suma $n+1$ ca de altfel 3 și $n-2$ p.a.m.d

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$S_{inv} = n(n+1) : 2$$

• Suma Gauss complete

1

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$$

Aplicând formula pentru $n = 100$, obținem

$$S = 100(100+1) : 2 = 100 \cdot 101 : 2 = 5050$$

2

$$S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99$$

Aplicând formula pentru $n = 99$, avem

$$S = 99(99+1) : 2 = 99 \cdot 100 : 2 = 4950$$

• Suma Gauss incomplete

$$S = 31 + 32 + 33 + \dots + 100$$

Metoda 1

$$S = S + 0 - 0$$

$$S = 31 + 32 + 33 + \dots + 100 + (1 + 2 + 3 + \dots + 30) - (1 + 2 + 3 + \dots + 30)$$

$$S = \underbrace{(1 + 2 + 3 + \dots + 30) + (31 + 32 + 33 + \dots + 100)}_{S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100} - (1 + 2 + 3 + \dots + 30)$$

$$S = (1 + 2 + 3 + \dots + 100) - (1 + 2 + 3 + \dots + 30)$$

$$S = 100 \cdot 101 : 2 - 30 \cdot 31 : 2$$

$$S = 5050 - 465$$

$$S = 4585$$

Metoda 2

$$S = \underbrace{(30+1) + (30+2) + (30+3) + \dots + (30+70)}_{70 \text{ de paranteze}}$$

$$S = \underbrace{(30+30+30+\dots+30)}_{\text{de } 70 \text{ de ori}} + (1+2+3+\dots+70)$$

$$S = 30 \cdot 70 + 70 \cdot 71 : 2 = 2100 + 2485 = 4585$$

• Sume reducibile la Suma Gauss, folosind factorul comun

$$S = 4 + 8 + 12 + \dots + 60$$

$$S = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + \dots + 4 \cdot 15$$

$$S = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 15)$$

$$S = 4 \cdot 15 \cdot 16 : 2$$

$$S = 480$$

$$S = 60 + 66 + 72 + \dots + 180$$

$$S = 6(10 + 11 + 12 + \dots + 30)$$

$$S = 6 \cdot [(1 + 2 + 3 + \dots + 30) - (1 + 2 + 3 + \dots + 9)]$$

$$S = 6 \cdot (30 \cdot 31 : 2 - 9 \cdot 10 : 2) = 6 \cdot 420 = 2520$$

Sume reductibile la Sume Gauss, aplicând fiecărui termen, teorema împărțirii cu rest

$$S = 1 + 8 + 15 + \dots + 141$$

$$S = (7 \cdot 0 + 1) + (7 \cdot 1 + 1) + (7 \cdot 2 + 1) + \dots + (7 \cdot 20 + 1)$$

$$S = (7 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + \dots + 7 \cdot 20) + \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{21 \text{ de termeni}}$$

$$S = 7 \cdot 60 + 1 + 2 + 3 + \dots + 20 + 1 \cdot 21$$

$$S = 7 \cdot 20 \cdot 21 : 2 + 21 = 1491$$

Calcul

$$a) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 1997$$

$$S = 1997 \cdot 1998 : 2$$

$$S = 1995003$$

$$b) S = 19 + 20 + 21 + \dots + 80$$

$$S = (1 + 2 + 3 + \dots + 80) - (1 + 2 + 3 + \dots + 18)$$

$$S = 80 \cdot 81 : 2 - 18 \cdot 19 : 2 =$$

$$S = 3240 - 171$$

$$S = 3069$$

c) comparați

$$a = 2016 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2017)$$

$$a = 2016 \cdot 2017 \cdot 2018 : 2$$

$$a = 4102868448$$

$$b = 2018 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2016)$$

$$b = 2018 \cdot 2016 \cdot 2017 : 2$$

$$b = 4102868448$$

$$a = b$$

$$a) 2x + 4x + \dots + 2018x = 1009 \cdot 1010 \quad x = ?$$

$$2x(1 + 2 + \dots + 1009) = 1009 \cdot 1010$$

$$x = 1$$

Bibliografie

- 1) Stefan Imărăndoiu, „Magia Perkomantăi”, Editura „Școala cu Cear”, Râmnicu Vâlcea 2015
- 2) Marius Perianu, Cătălin Stănică, Stefan Imărăndoiu, „MATEMATICA”, Manual pentru clasa a V-a, Editura „Art”, București 2017