**Observație:** Problema continuității/discontinuității unei funcții nu are sens să fie

studiată în puncte în care funcția nu este definită și nici la .

Fie puncte de acumulare pentru , respectiv,

pentru .

**Definiții:**

1) f continuă în a dacă și punctul a se numește punct de continuitate

 al funcției f.

2) Mulțimea C se numește domeniul de continuitate al funcției f.

3) Funcția f este discontinuă în punctul a dacă nu există , sau dacă 

4) Dacă , aatunci funcția definită prin f(x) = 

se numește prelungirea prin continuitate a funcției f în punctul a.

5) este continuă la stânga în b dacă și .

6)  continuă la dreapta în c dacă și 

7) Punctul x = a se numește punct de discontinuitate de prima speță pentru funcția f,

dacă în a funcția f are limite laterale finite diferite, sau finite, egale, dar diferite de f(a).

8) Punctul x = a se numește punct de discontinuitate de speța a doua pentru funcția f,

dacă pentru funcția f, punctul x = a nu este punct de discontinuitate de speța întâi,

respectiv, cel puțin una dintre limitele laterale din punctul x = a nu există, sau sunt infinite.

9) Funcția este continuă pe mulțimea A dacă este continuă în fiecare punct

al mulțimii A.

10) Dacă funcția f este continuă pe tot domeniul său de definiție, atunci se spune că funcția

 f este continuă.

**Teoremă:** Funcțiile elementare sunt funcții continue pe domeniul lor maxim de definiție.

**Observații:**

1) Dacăeste continuă, atunci f este continuă pe mulțimea D.

2) Dacă , iar E are puncte izolate, atunci f este continuă în aceste puncte.

**Teoremă:** Fie,f continuă în 

**Teoremă de caracterizare a continuității:** Fie  și a

Pentru continuitatea funcției f în punctual x = a sunt echivalente afirmațiile:

1) (Criteriul )  cu   

2) (Criteriul cu vecinătăți) V (f(a))  V (a):  f(x) adică f()

3) (Continuitatea laterală) Dacă  și 

**1. Studiul existenței soluțiilor unei ecuații**

**Teorema (Cauchy – Bolzano)** Fie o funcție continuă pe intervalul I și a, bI,

a < b. Dacă valorile f(a) și f(b) ale funcției f au semne contrare, , atunci există c(a, b) astfel încât f(c) = 0.

**2. Proprietatea lui Darboux (P.D.). Funcții continue pe un interval**

**Definiție** Fie I un interval, I. Se spune că o funcție  are proprietatea lui Darboux pe intervalul I, dacă  și astfel încât

 f(c) = 

**Teorema (Cauchy – Weierstrass – Bolzano)**

Fie o funcție continuă și Iun interval.

Atunci are proprietatea lui Darboux pe I.

**Observație:** Dacăeste continuă pe I , atunci Im(f) este un interval.

**3. Semnul unei funcții**

**Teoremă** Dacă funcția este continuă pe intervalul I și f(x) atunci f are

același semn pe intervalul I.

**Teoremă** Funcțile elementare sunt continue pe tot domeniul lor de definiție.

**Observații:**

1) 

2) Dacă este continuă, iar E are puncte izolate, atunci f este continuă în aceste puncte.

**Teoremă** (Operații cu funcții continue) Fie două funcții continue, , (pe ), .

Atunci, dacă operațiile cu funcțiile f și g au sens, obținem funcțiile: , , , , , , |f|, |g|,

min(f, g), max(f, g) - - continue în , (pe ).

**Teoremă** Fie 

1) Dacă f-continuă în , iar g-continuă în f(a) , atunci este continuă în ;

2) Dacă f-continuă pe , iar g-continuă pe , atunci  este continuă pe A.

 **Prof. Cosma Teodora**