Progresii aritmetice

Definiție Șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ se numește progresie aritmetică dacă începând cu al doilea termen, termenii se obțin adunând la termenul precedent o constantă numită rație.

Notație: $\div$ $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$; r – rația, $(r \neq 0)$.

Observații: 1) O progresie aritmetică este bine determinată dacă se cunosc $T_1 = a_1$ și r ∈ R.

2) r = $a_{n+1} - a_n, (r - cst)$;

3) $a_{n+1} = a_n + r, \forall n \geq 1.$

Teorema 1 $(a_n)_{n\geq 1}$ progresie aritmetică $\Leftrightarrow$ $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \forall n \geq 2.$

Teorema 2 Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, formula de calcul a termenului general este

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$, rația r ∈ R fiind fixată.

Teorema 3 Suma primilor n termini ai unei progresii aritmetice se calculează cu formula

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, n \geq 1.$$

Definiție Numerele reale $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, n \geq 3,$ sunt în progresie aritmetică dacă reprezintă n termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

Propoziția 1 Numerele distincte a, b, c sunt în progresie aritmetică dacă și numai dacă raportul $\frac{b-a}{c-b}$ este număr rațional.

Propoziția 2 Dacă numerele $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ sunt în progresie aritmetică, atunci $a_1 + a_n = a_k + a_{n-k+1}, \forall k \geq 1.$

Proprietate Dacă a, b, c sunt trei numere reale, spunem că sunt numere în progresie aritmetică, dacă au loc oricare dintre propozițiile:

p_1 : „b = $\frac{a+c}{2}$"

p_2 : ,, $\exists \alpha \in R, \exists r \in R : a = \alpha, b = \alpha + r, c = \alpha + 2r$''

p_3 : ,, $\exists \alpha \in R, \exists r \in R : a = \alpha - r, b = \alpha, c = \alpha + r$'' .