Mihai Monea
Steluța Monea

Ioan Șerdean
Adrian Zanoschi

Bacalaureat 2021

Matematică
M_șt-nat
M_tehnologic

Teme recapitulative
40 de teste, după modelul M.E.C.
(10 teste fără soluții)

Editura Paralela 45

Cuprins

Clasa a XII-a

TESTE PENTRU BACALAUREAT, DUPĂ MODELUL M.E.N.

Teme recapitulative

Clasa a IX-a

1. Mulțimi și elemente de logică matematică

1.1. Noțiuni teoretice

1.1.1. Elemente de logică matematică

Definiție: Se numeşte **propoziție** un enunţ despre care ştim care este valoarea sa de adevăr.

Variabile	Operație	Notație	Citire	Valoare de adevăr
p	Negaţia	$\neg p$	non p	Opusă propoziţiei p.
p, q	Conjuncţia	$p \wedge q$	p şi q	Este adevărată când propoziţiile p şi q sunt adevărate.
p, q	Disjuncţia	$p \vee q$	p sau q	Este adevărată când cel puţin una dintre propoziţii este adevărată.
p, q	Implicaţia	$p \rightarrow q$	p implică q	Este falsă când p este adevărată şi q falsă.
p, q	Echivalenţa	$p \leftrightarrow q$	p echivalent cu q	Este adevărată când ambele au aceeaşi valoare de adevăr.

Definiție: Se numeşte **predicat** un enunţ care depinde de una sau mai multe variabile şi care se transformă în propoziţie prin valori date variabilelor.

Variabile	Operație	Notație	Citire	Observații
$p(x)$	Propoziţia universală	$\forall x,\ p(x)$	Pentru orice x are loc $p(x)$.	Demonstrarea valorii de adevăr se face prin calcule cu caracter general şi nu prin exemplu. Un exemplu poate fi suficient pentru a demonstra că această propoziţie este falsă.

$p(x)$	Propoziţia existenţială	$\exists x,\ p(x)$	Există x astfel încât are loc $p(x)$.	Demonstrarea valorii de adevăr se realizează prin determinarea unui exemplu. Acesta poate fi chiar ghicit, dar trebuie verificat că este convenabil.

1.1.2. Tipuri speciale de raționament

Metoda reducerii la absurd: Pentru a demonstra o implicaţie de tipul $p \to q$, putem presupune concluzia p ca fiind falsă şi apoi împreună cu ipoteza construim un raţionament care conduce la contradicţie.

Metoda inducției matematice: Se aplică pentru propoziţii universale de forma $\forall n \geq n_0,\ p(n)$. Se verifică valoarea de adevăr a propoziţiei obţinute în cazul $n = n_0$, se presupune ca fiind adevărată propoziţia obţinută în cazul $n = k$ şi se demonstrează valoarea de adevăr a propoziţiei obţinute pentru $n = k+1$.

1.1.3. Mulțimi și cardinale

Relație sau operație	Notație	Definiție
Incluziunea	$A \subset B$	$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)$
Egalitatea	$A = B$	$A = B \Leftrightarrow A \subset B$ şi $B \subset A$
Intersecţia	$A \cap B$	$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
Reuniunea	$A \cup B$	$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
Diferenţa	$A \setminus B$	$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
Produsul cartezian	$A \times B$	$A \times B = \{(a,\ b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

Teoremă: Orice mulţime A cu n elemente, unde $n \in \mathbb{N}$, admite 2^n submulţimi.

Definiție: Pentru o mulţime finită A numim **cardinalul** său şi notăm Card (A) numărul său de elemente.

Proprietăți: Sunt adevărate următoarele proprietăţi:

P1. Card $(A) = 0$ dacă şi numai dacă $A = \varnothing$;

P2. Dacă $A \subset B$, atunci Card $(B - A)$ = Card (B) – Card (A);

P3. Card $(A \cup B)$ = Card (A) + Card (B) – Card $(A \cap B)$;

P4. Card $(A \times B)$ = Card $(A) \cdot$ Card (B).

1.1.4. Mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$

Definiție: Numim **modulul** unui număr real x şi notăm $|x|$ distanţa de la originea axelor la poziţia numărului pe axă.

Proprietățile modulului:

P1. $|x| \geq 0,\ \forall\ x \in \mathbb{R}$; **P2.** $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$; **P3.** $|x| = |y| \Leftrightarrow x = \pm y$;

P4. $|x| < c,\ c > 0 \Leftrightarrow x \in (-c;\ c)$; **P5.** $|x| > c,\ c > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;\ -c) \cup (c;\ \infty)$;

P6. $|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$ și $|E(x)| = \begin{cases} E(x), & \text{dacă } E(x) \geq 0 \\ -E(x), & \text{dacă } E(x) < 0 \end{cases}$, pentru orice expresie $E(x),\ x \in \mathbb{R}$;

P7. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|,\ \forall\ x, y \in \mathbb{R}$; **P8.** $|x^n| = |x|^n,\ \forall\ x \in \mathbb{R},\ \forall n \in \mathbb{Z}$;

P9. $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|},\ \forall\ x \in \mathbb{R},\ y \in \mathbb{R}^*$; **P10.** $||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|,\ \forall\ x,\ y \in \mathbb{R}$.

Definiție: Numim **parte întreagă** a numărului real x și notăm $[x]$ cel mai mare număr întreg, mai mic sau egal cu x.

Proprietățile părții întregi: Pentru orice $x \in \mathbb{R}$, au loc proprietățile:

P1. $[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$; **P2.** $[x] = k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \in [k,\ k+1)$;

P3. $[m + x] = m + [x], \forall\ m \in \mathbb{Z}$; **P4.** $x - 1 < [x] \leq x < [x] + 1$.

Definiție: Numim **parte fracționară** a numărului real x și notăm $\{x\}$ diferența dintre număr și partea sa întreagă.

Proprietățile părții fracționare: Pentru orice $x \in \mathbb{R}$, au loc proprietățile:

P1. $\{x\} = 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$; **P2.** $\{x\} \in [0,1)$; **P3.** $\{m + x\} = \{x\}, \forall\ m \in \mathbb{Z}$.

1.2. Probleme de inițiere

I1. Determinați numărul de submulțimi ale mulțimii $A = \{a, b, c, d\}$.

I2. Determinați numărul de submulțimi nevide ale mulțimii $A = \{a, b, c, d, e\}$.

I3. Reuniunea a două mulțimi cu câte 20 de elemente fiecare are 30 de elemente. Determinați numărul de elemente comune ale celor două mulțimi.

I4. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: $p: \left(\sqrt{3} + 1\right)^2 + \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 \in \mathbb{N}$.

I5. Fie propozițiile $p: 2 + 2 = 5$ și $q: 1 + 2 + 3 + \ldots + 100 = 5050$. Precizați valoarea de adevăr a propoziției $p \vee q$.

I6. Determinați numerele reale a, b dacă avem egalitatea de intervale: $[a - b;\ a + b] = [1;\ 7]$.

I7. Fie $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați numărul de elemente ale mulțimii:

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = (n - 1) \cdot (n - 2)(n - 3) + 4,\ n \in A\}$.

I8. Determinați intersecția mulțimilor $A = (1,\ 5)$ și $B = [3,\ 11]$.

I9. Arătați că numărul $a = 2 \cdot [0,(3) + 0,1(6)]$ este natural.

I10. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $|x - 2| = 5$.

1.3. Probleme de consolidare

C1. Fie mulţimea $A = \{a, b, c, d\}$. Determinaţi numărul de submulţimi ale lui A care îl conţin pe d.

C2. O mulţime admite 31 de submulţimi nevide. Determinaţi numărul de elemente ale acestei mulţimi.

C3. Două mulţimi cu câte 2008 elemente fiecare au 1000 de elemente comune. Determinaţi numărul de elemente ale reuniunii lor.

C4. Fie mulţimea $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Determinaţi numărul de submulţimi care conţin simultan pe 1 şi pe 3.

C5. Considerăm propoziţiile $p : 2^5 > 5^2$ şi $q : \sqrt{7} > 2$. Precizaţi valoarea de adevăr a propoziţiei $p \wedge q$.

C6. Determinaţi elementele mulţimii $\left\{x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, \frac{6}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$.

C7. Determinaţi toate valorile reale ale numărului x dacă $2 \in (4x - 2; 2x + 6)$.

C8. Elevii unei clase sunt angrenaţi fiecare într-o activitate sportivă, 12 la volei, iar 25 la fotbal. Ştiind că 7 dintre ei practică ambele sporturi, determinaţi numărul de elevi ai clasei.

C9. Determinaţi cel mai mare număr natural al mulţimii $A \setminus B$, dacă $A = [5, 6]$ şi $B = [5, 10]$.

C10. Determinaţi câte elemente întregi conţine mulţimea $A \cup B$, unde $A = (-2, 3)$ şi $B = (0, 5)$.

C11. Ordonaţi crescător numerele $a = 2{,}010$, $b = 2{,}0(10)$ şi $c = 2{,}(010)$.

C12. Determinaţi cardinalul mulţimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \,\middle|\, \frac{2}{x-3} \in \mathbb{Z}\right\}$.

C13. Fie numărul raţional $\frac{11}{9} = 1, a_1a_2\ldots a_n\ldots$. Calculaţi $P = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{10}$.

C14. Fie numărul raţional $\frac{13}{6} = 2, a_1a_2\ldots a_n\ldots$. De câte ori apare cifra 3 printre cifrele $a_1, a_2, \ldots, a_{2004}$?

C15. Se consideră numărul raţional $\frac{23}{15} = 0, a_1a_2\ldots a_n\ldots$. Calculaţi:

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{2009}$.

C16. Determinaţi cardinalul mulţimii $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$, unde $A = (-3, 4]$, iar $B = (1, 5]$.

C17. Fie numerele $a = \sqrt{98} - \sqrt{32} - \sqrt{8}$ şi $b = \sqrt{162} + \sqrt{18} + \sqrt{72}$. Calculaţi media geometrică a numerelor a şi b.

C18. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $|1 - 2x| = |x + 4|$.

C19. Demonstraţi că numărul $\left|2-\sqrt{5}\right|+\left|3-\sqrt{5}\right|$ este număr natural.

C20. Rezolvaţi în $\mathbb{Z}$ ecuaţia $|3x-2|=11$.

C21*. Calculaţi $\left[\frac{17}{5}\right]+\left\{\frac{11}{6}\right\}$, unde $[x]$ şi $\{x\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracţionară a numărului real x.

C22*. Determinaţi partea întreagă a numărului $a=\sqrt{17}$.

C23*. Determinaţi partea fracţionară a numărului $b=\sqrt{25}+\sqrt{26}$.

C24*. Se consideră numărul $A = \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}+\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$. Demonstraţi că $A \in \mathbb{N}$.

C25*. Arătaţi că $A = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ este număr natural.

C26*. Demonstraţi egalitatea $\left[\sqrt{3}+\sqrt{25}\right]=\left[\sqrt{4}+\sqrt{19}\right]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.

C27*. Demonstraţi prin inducţie matematică că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, are loc egalitatea: $1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

C28*. Demonstraţi prin inducţie matematică că, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, are loc egalitatea: $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$.

C29*. Demonstraţi că numărul $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ este iraţional.

C30*. Arătaţi că, pentru orice număr natural n diferit de zero, fracţia $\frac{2n-1}{2n+1}$ este ireductibilă.

1.4. Teste de verificare

Testul 1

1. Determinaţi elementele mulţimii $A \cap B$ dacă $A=(2003,\ 2015)$ şi $B=(2014,\ 2016)$.

2. Calculaţi suma $|-3|+|-5|\cdot 2$.

3. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiei $p: \sqrt{4}+\sqrt{36}=\sqrt{64}$.

4. Câte submulţimi ale mulţimii $A=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ conţin doar numere impare?

5. Ordonaţi crescător numerele $a=\sqrt{4}-4$, $b=\sqrt{9}-9$ şi $c=\sqrt{16}-16$.

6. Demonstraţi că numărul $A=\left(2+\sqrt{5}\right)^2+\left(2-\sqrt{5}\right)^2$ este natural.

Testul 2*

1. Determinaţi cel mai mic număr întreg al mulţimii $A \cap B$ dacă $A=(2010, 2016)$ şi $B=(2013, 2020)$.

2. Determinaţi partea întreagă a numărului $x=\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$.

3. Se consideră predicatul $p(x): \dfrac{2x+1}{2x}$, unde $x \in \mathbb{N}^*$. Demonstraţi că propoziţia $\exists\, x \in \mathbb{N}^*,\ p(x) \in \mathbb{N}$ este falsă.

4. Comparaţi numerele $a=5\sqrt{3}$ şi $b=3\sqrt{7}$.

5. Numărul raţional $\dfrac{5}{4}=\overline{1,a_1a_2a_3...a_n...}$. Calculaţi suma $a_1+a_2+a_3+...+a_{2014}$.

6. Demonstraţi prin inducţie matematică că egalitatea $1+2+2^2+...+2^n=2^{n+1}-1$ este adevărată pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

2. Șiruri. Progresii

2.1. Noțiuni teoretice

2.1.1. Șiruri

Terminologie:

- Vom nota cu $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ mulţimea termenilor şirului;
- x_n reprezintă al n-lea termen al şirului.

Forme de prezentare:

- Prin enumerarea termenilor, de exemplu şirul 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, ...;

- Prin formula termenului general, de exemplu şirul $x_n = \dfrac{2n+1}{3n+4}$, $n \in \mathbb{N}^*$;
- Prin formulă de recurenţă, de exemplu şirul $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_{n+1} = 3x_n - 2 \end{cases}$.

2.1.2. Progresii aritmetice

Definiţie: Se numeşte **progresie aritmetică** un şir de numere cu proprietatea că fiecare termen începând cu al doilea se obţine din precedentul adunând aceeaşi cantitate constantă numită *raţie*.

Proprietăţi: Fie $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ o progresie aritmetică cu raţia r. Atunci:

P1. $a_{n+1} = a_n + r$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;

P2. $a_n = a_1 + (n-1)r$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;

P3. $a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$;

P4. Dacă $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$, atunci $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$.

2.1.3. Progresii geometrice

Definiţie: Se numeşte **progresie geometrică** un şir de numere nenule cu proprietatea că fiecare termen începând cu al doilea se obţine din precedentul prin înmulţirea cu aceeaşi cantitate constantă numită *raţie*.

Proprietăţi: Fie $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ o progresie geometrică cu raţia q. Atunci:

P1. $b_{n+1} = b_n q$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;

P2. $b_n = b_1 q^{n-1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;

P3. $b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$;

P4. Dacă $S_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$ şi $q \neq 1$, atunci $S_n = \dfrac{b_n q - b_1}{q-1}$.

2.2. Probleme de iniţiere

I1. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ un şir de numere oarecare astfel încât $x_n = \dfrac{2n+1}{3n-1}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$. Calculaţi x_{10}.

I2. Determinaţi primul termen al progresiei aritmetice a_1, a_2, 13, 17, 21, … .

I3. Într-o progresie aritmetică cu raţia 3, avem $a_1 = 2$. Calculaţi a_5.

I4. Într-o progresie aritmetică cu raţia 5, avem $a_8 = 70$. Calculaţi a_1.

I5. Într-o progresie aritmetică cu raţia 4, avem $a_6 = -13$. Calculaţi a_{10}.

I6. Într-o progresie aritmetică cu $a_1 = 7$, avem $a_7 = 25$. Determinaţi raţia progresiei.

I7. Într-o progresie geometrică cu raţia -1, avem $b_1 = 5$. Calculaţi b_{2014}.

I8. Într-o progresie geometrică cu raţia 2, avem $b_7 = 56$. Calculaţi b_6.

I9. Într-o progresie geometrică cu raţia $\frac{1}{2}$, avem $b_3 = 64$. Calculaţi b_7.

I10. Într-o progresie aritmetică, avem $a_1 = 2$ şi $a_{20} = 98$. Calculaţi suma:
$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{20}$.

2.3. Probleme de consolidare

C1. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ un şir astfel încât $x_n = \frac{3n+1}{2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$. Calculaţi suma $x_1 + x_3 + x_5 + x_7$.

C2. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ un şir astfel încât $x_n = 4n - 3$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$. Determinaţi al câtelea termen al şirului este numărul 37.

C3. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, avem $a_5 = 24$ şi $a_9 = 76$. Calculaţi a_7.

C4. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, avem $a_2 = 7$ şi $a_{10} = 15$. Calculaţi a_{2008}.

C5. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică de raţie 2, în care $a_3 + a_4 = 8$. Determinaţi a_1.

C6. Stabiliţi dacă numărul 2007 aparţine progresiei aritmetice 2, 7, 12, 17, … .

C7. Determinaţi primul termen al unei progresii geometrice b_1, b_2, 18, 54, 162, … .

C8. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu raţia negativă, avem $a_2 = 3$ şi $a_4 = 147$. Determinaţi a_3.

C9. Determinaţi numărul real x, ştiind că numerele 2, x şi $x + 4$ sunt în progresie aritmetică.

C10. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$, avem $a_2 = 5$ şi $a_5 = 40$. Determinaţi a_1.

C11. Într-o progresie geometrică cu termeni pozitivi, suma primilor doi termeni este 4, iar a următorilor doi termeni este 36. Determinaţi primul termen al progresiei.

C12. Demonstraţi că, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, numerele $x - 1$, $2x + 3$ şi $3x + 7$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

C13. Determinaţi numărul real pozitiv x, ştiind că x, 6 şi $x - 5$ sunt în progresie geometrică.

C14. Calculați suma $1 + 4 + 7 + 10 + 13 + \ldots + 28 + 31$.

C15. Calculați suma primilor 30 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, dacă $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$.

C16. Determinați primul termen al progresiei geometrice cu termeni pozitivi b_1, 6, b_3, 24, ...

C17. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$, avem $a_1 + a_2 = 5$ și $a_2 + a_3 = 20$. Calculați suma $a_1 + a_2 + a_3$.

C18. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu rația 2, suma primilor 9 termeni este 351. Determinați primul termen al progresiei.

C19. Numerele reale pozitive a, b, c, d sunt în progresie geometrică. Dacă $d - a = 7$ și $c - b = 2$, aflați rația progresiei.

C20. Calculați suma $2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^9$.

C21*. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, avem $a_{2008} = 2a_{1008}$. Calculați a_8.

C22*. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$, avem $a_{2006} = 3$ și $a_{2010} = 12$. Calculați a_{2008}.

C23*. Calculați suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, cu proprietatea $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 30$.

C24*. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$ formată din numere reale, avem $a_{2006}a_{2007}a_{2008} = 27$. Determinați a_{2007}.

C25*. Un triunghi are măsurile unghiurilor A, B, C în progresie aritmetică. Determinați măsura unghiului B.

C26*. Se consideră numerele reale nenule a, b. De asemenea, se consideră numerele $x = a^2$, $y = ab$ și $z = b^2$, aflate în progresie aritmetică în această ordine. Demonstrați că $a = b$.

C27*. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, suma primilor 10 termeni este 55, iar suma primilor 12 termeni este 78. Determinați a_1.

C28*. Se consideră numărul real $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^{2008}}$. Demonstrați că $s \in (1, 2)$.

C29*. Se consideră un șir de numere $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definit prin $x_1 = 2$ și $x_{n+1} = 3x_n + 2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$. Demonstrați că $x_n = 3^n - 1$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

C30*. Pe o foaie sunt scrise numere naturale din trei în trei în această ordine: 2; 5; 8; 11; 14; ... . Stabiliți dacă numărul 2008 va apărea pe această foaie.

2.4. Teste de verificare

Testul 1

1. Se consideră o progresie aritmetică cu $a_2 = 7$ şi $a_3 = 1$. Determinaţi raţia acestei progresii.

2. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ un şir astfel încât $x_n = \dfrac{2n+5}{n+1}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$. Demonstraţi că $x_4 > x_9$.

3. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ un şir astfel încât $x_n = 5n-3$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$. Demonstraţi că $x_7 - x_5 = x_{11} - x_9$.

4. Se consideră o progresie aritmetică cu $a_1 = 4$ şi raţia $r = 2$. Calculaţi suma $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{10}$.

5. Se consideră o progresie geometrică în care $b_1 = 7$ şi $b_2 = 14$. Calculaţi b_5.

6. Determinaţi valoarea numărului real x, ştiind că numerele x, $3x+1$ şi $x+14$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice în această ordine.

Testul 2*

1. Pe o foaie sunt scrise 19 numere astfel încât primele 10 sunt în progresie geometrică cu raţia 2, iar ultimele 10 în progresie aritmetică cu raţia 2. Dacă primul număr este 1, determinaţi care este ultimul număr.

2. O progresie aritmetică şi una geometrică au primul termen egal cu 2 şi al patrulea termen egal cu 54. Care dintre progresii are raţia mai mare?

3. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu termeni descrescători, avem $a_2 = 6$ şi $a_1 a_3 = 20$. Determinaţi raţia progresiei.

4. Determinaţi numărul $x\in\mathbb{R}$, ştiind că numerele x, $2x+1$ şi $4x+5$ sunt, în această ordine, termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

5. Fie o progresie geometrică în care $b_3 - b_1 = 16$ şi $b_4 - b_2 = 48$. Determinaţi raţia acestei progresii.

6. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ un şir astfel încât $x_n = 4n-1$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$. Demonstraţi că termenii şirului formează o progresie aritmetică.