

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Знайдіть дійсне число x , якщо відомо, що числа 7 , $3x$ і $x^2 + 2$ у вказаному порядку є послідовними членами арифметичної прогресії.
- 56 2. Знайдіть дійсне число m , знаючи, що парабола, представлена функцією $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$, дотикається до осі Ox .
- 56 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-9} = 32^x$.
- 56 4. Знайдіть ймовірність того, що, вибираючи підмножину множини $A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}\}$, вона матиме щонайбільше два елементи.
- 56 5. У декартовій системі координат xOy задані точки $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ і $C(1, 4)$. Знайдіть рівняння прямої, яка проходить через точку B і є паралельною до медіани трикутника ABC , проведеної з A .
- 56 6. Обчисліть радіус кола, описаного навколо трикутника ABC , у якому $A = \frac{3\pi}{4}$ і $BC = \sqrt{2}$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^x \end{pmatrix}$, де x – дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(10)) = 1024$.
- 56 б) Знайдіть дійсне число x , знаючи, що $A(x) \cdot A(2x) = A(x^2 + 2)$.
- 56 в) Знаючи, що $A(n) = A(1) \cdot A(2) \cdot A(3) \cdot \dots \cdot A(2016)$, докажіть, що n є натуральним числом, яке ділиться на 2017.
2. Розглядають многочлен $f = X^3 - 5X + a$, де a – дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $f(0) = a$.
- 56 б) Знайдіть дійсне число a , для якого $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 2016 - 4a$, де x_1, x_2 і x_3 є коренями многочлена f .
- 56 в) Докажіть, що многочлен f має щонайбільше один корінь у множині цілих чисел.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = e^x - x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Обчисліть $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.
- 56 в) Докажіть, що $f(2\sqrt{3}) < f(3\sqrt{2})$.

2. Для каждого натурального ненулевого числа n , рассматривают число $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^n dx$.

56 a) Докажіть, що $I_1 = \frac{2}{3}$.

56 b) Докажіть, що $I_{n+1} \leq I_n$, для будь-якого ненулевого натурального числа n .

56 c) Докажіть, що $(2n+3)I_{n+1} = 2(n+1)I_n$, для будь-якого ненулевого натурального числа n .