Ecuația de gradul II

Teorie

$ax^2+bx+c=0, a\neq 0$

1) Rezolvare

- dacă c = 0 ⇒ $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x\ (ax+b)=0$ şi x_1=0, x_2= - $\frac{b}{a}$
- dacă b = 0 ⇒ $ax^2+c=0 \Rightarrow x^2=-\frac{c}{a}$ şi dacă $-\frac{c}{a}<0$ ecuația nu are soluții reale, iar dacă $-\frac{c}{a}\geq 0$ avem $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
- dacă b ≠ 0, c ≠ 0 atunci $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Se notează $\Delta=b^2-4ac$ şi avem cazurile:

a) $\Delta>0$, ecuația are rădăcini reale distincte
b) $\Delta=0$, ecuația are rădăcini reale egale
c) $\Delta<0$, ecuația nu are rădăcini reale.

2) Relațiile între rădăcini şi coeficienți (Viete)

Notăm $x_1+x_2=S, x_1x_2=P$ şi avem

$S=-\frac{b}{a},\ P=\frac{c}{a}$.

Este util să observăm că

${x_1}^2+{x_2}^2=S^2-2P$ şi

${x_1}^3+{x_2}^3=S^3-3PS.$

3) Formarea ecuației de gradul al doilea când se cunosc rădăcinile:

$x^2-Sx+P=0$

4) Semnul rădăcinilor ecuației de gradul al doilea se stabilește studiind semnul sumei şi produsului acestora:

- Dacă $P > 0 \Rightarrow$ rădăcinile au acelaşi semn şi anume ambele negative dacă $S < 0$, respectiv ambele pozitive dacă $S > 0$.
- Dacă $P = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ şi $x_2 < 0$ dacă $S < 0$, $x_2 = 0$ dacă $S = 0$ şi $x_2 > 0$ dacă $S > 0$.
- Dacă $P < 0 \Rightarrow$ rădăcini de semen contrare, şi dacă $S > 0$, rădăcina pozitivă are modulul mai mare, dacă $S < 0$ cea negativă are modulul mai mare, iar $S = 0$ arată că cele două rădăcini au acelaşi modul.