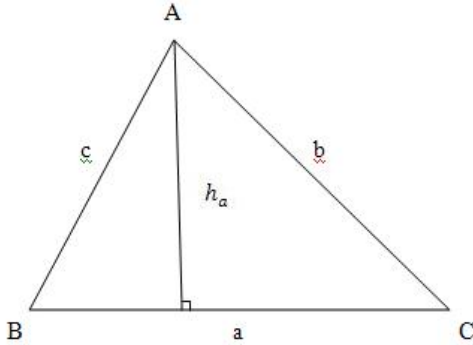


## Aplicații ale trigonometriei în geometrie

### Teorie



Fiind dat triunghiul ABC, vom folosi următoarele notații:

- $a, b, c$  pentru lungimile laturilor  $[BC], [AC]$ , respectiv  $[AB]$ ;
- $p = \frac{a+b+c}{2}$  semiperimetrul;
- $A, B, C$  pentru măsurile unghiurilor triunghiului;
- $h_a, h_b, h_c$  - lungimile înălțimilor triunghiului;
- $R$  - lungimea razei cercului circumscris, al cărui centru se află la intersecția mediatoarelor;
- $r$  - lungimea razei cercului înscris, al cărui centru se află la intersecția bisectoarelor;
- $S$  - aria triunghiului.

Trecem în revistă următoarele rezultate importante:

1) **Teorema sinusurilor:**  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$

**Teorema cosinusurilor:**

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \text{ și analog } \cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

2) Formule pentru  $R, r$ :

$$R = \frac{abc}{4S}, \quad r = \frac{S}{p}.$$

3) Formule pentru aria triunghiului:

a)  $S = \frac{1}{2} ah_a$  și analog  $S = \frac{1}{2} bh_b, S = \frac{1}{2} ch_c$

b)  $S = \frac{1}{2} bc \sin A$  și  $S = \frac{1}{2} ac \sin B, S = \frac{1}{2} ab \sin C$

c) (Heron)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$

**Observație:** Este util pentru rezolvarea problemelor care apar în variantele de bacalaureat să amintim câteva dintre teoremele referitoare la triunghiul dreptunghic:

- 1) Într-un triunghi dreptunghic, suma pătratelor catetelor este egală cu pătratul ipotenuzei. (Pitagora)
- 2) Într-un triunghi dreptunghic, lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei.
- 3) Într-un triunghi dreptunghic, lungimea catetei care se opune unui unghi de  $30^0$  este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei.