Ecuația de gradul II

Propunem spre rezolvare:

1) Să se găsească ecuația de gradul al doilea ale cărei soluții verifică simultan relațiile: $x_1 + x_2 = 2, x_1x_2 = -3$

2) Se consideră ecuația $x^2 - x + m = 0$ cu soluțiile x_1 și x_2. Determinați $m \in R$ pentru care $\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} = -\frac{3}{4}$.

3) Se consideră ecuația $x^2 - 2x + m = 0$, $m \in R$, care are rădăcinile reale x_1 și x_2. Știind că $|x_1 - x_2| = 1$, determinați m.

   (Indicație: $|x_1 - x_2| = 1 \Leftrightarrow x_1{}^2 + x_2{}^2 - 2x_1x_2 = 1$ sau $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$ și apoi se folosesc relațiile lui Viete)

4) Fie x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 + x - 1 = 0$. Demonstrați că
$$\frac{x_1}{x_2{}^2} + \frac{x_2}{x_1{}^2} \in Z$$

5) Arătați că mulțimea $\{x \in R | x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0\}$ are două elemente oricare ar fi $m \in R$.
   (Indicație: mulțimea are 2 elemente dacă ecuația de gradul al II lea are 2 rădăcini reale distincte, deci condiția $\Delta > 0$ pentru orice $m \in R$)

6) Rezolvați sistemul:
$$\begin{cases} x + y = -6 \\ xy = 8 \end{cases}$$

   (Indicație: x și y sunt soluțiile ecuației $t^2 + 6t + 8 = 0$)