

## Funcția de gradul II

### Teorie

$$f: R \rightarrow R, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

Graficul funcției de gradul II se numește *parabolă*.

$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$  se numește *vârful* parabolei.

- Dacă  $a > 0$ ,  $V$  este punct de minim și  $Im f = \left[-\frac{\Delta}{4a}, \infty\right)$ , funcția fiind strict descrescătoare pe  $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$  și strict crescătoare pe  $\left[-\frac{b}{2a}, \infty\right)$ .
- Dacă  $a < 0$ ,  $V$  este punct de maxim și  $Im f = (-\infty, -\frac{\Delta}{4a}]$ , funcția fiind strict crescătoare pe  $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$  și strict descrescătoare pe  $\left[-\frac{b}{2a}, \infty\right)$ .

Observații: 1)  $Im f = \{y \in R \mid \exists x \in R \text{ a.î. } f(x) = y.\}$

$$2) \text{ Avem } x_V = -\frac{b}{2a} \text{ și } y_V = -\frac{\Delta}{4a} \text{ sau } y_V = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

- Graficul funcției de gradul II are dreapta  $x = -\frac{b}{2a}$  ca axă de simetrie, adică  $f\left(x - \frac{b}{2a}\right) = f\left(x + \frac{b}{2a}\right), \forall x \in R$ .
- Graficul funcției intersectează  $Oy$  în  $(0, c)$ .
- Dacă  $\Delta > 0$ , graficul funcției intersectează axa  $Ox$  în 2 puncte distincte:  $(x_1, 0)$  și  $(x_2, 0)$ .
- Dacă  $\Delta = 0$ , graficul funcției este tangent axei  $Ox$ .
- Dacă  $\Delta < 0$ , graficul funcției nu intersectează axa  $Ox$ .
- Semnul funcției de gradul II este dat de semnul lui  $\Delta$  și semnul lui  $a$ .

Avem cazurile:

1)  $\Delta \leq 0$ , funcția păstrează semn constant pentru orice  $x \in R$ , și anume semnul lui  $a$ .

2) Dacă  $\Delta > 0$ , atunci funcția de gradul II are semn contrar lui  $a$  între rădăcini și semnul lui  $a$  în afara rădăcinilor.