Aplicații ale integralei definite

Aria unei suprafețe plane

- Dacă $f:[a,b] \rightarrow [0,\infty)$ este o funcție continuă, atunci mulțimea

$$\Gamma_f = \{(x,y) \mid a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x)\}$$

se numeşte *subgraficul* lui f (este mulțimea punctelor din plan, cuprinse între graficul lui f, axa Ox şi dreptele $x = a, x = b$).

$$\mathcal{A} = aria\left(\Gamma_f\right) = \int_a^b f(x)dx.$$

- Dacă $f:[a,b] \rightarrow R$ este o funcție continuă, care pe intervalul $[a,b]$ ia atât valori pozitive, cât şi negative, atunci aria suprafeței plane determinate de graficul funcției, axa Ox şi dreptele $x = a, x = b$) este

$$\mathcal{A} = aria\left(\Gamma_f\right) = \int_a^b |f(x)|\, dx$$

şi pentru calculul integralei se explicitează $|f(x)|$ pentru $x \in [a,b]$.

Volumul unui corp de rotație

- Dacă $f:[a,b] \rightarrow [0,\infty)$ este o funcție continuă, atunci mulțimea

$$C_f = \left\{(x,y,z) \in R^3 \mid \sqrt{y^2+z^2} \leq f(x), a \leq x \leq b\right\}$$

se numeşte *corpul de rotație* determinat de funcția f (corpul obținut prin rotirea subgraficului funcției în jurul axei Ox cu 360^0).

$$Vol\left(C_f\right) = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$$